

# Devoir surveillé de Thermodynamique Appliquée

## Corrigé

5 juin 2015

Documents autorisés :

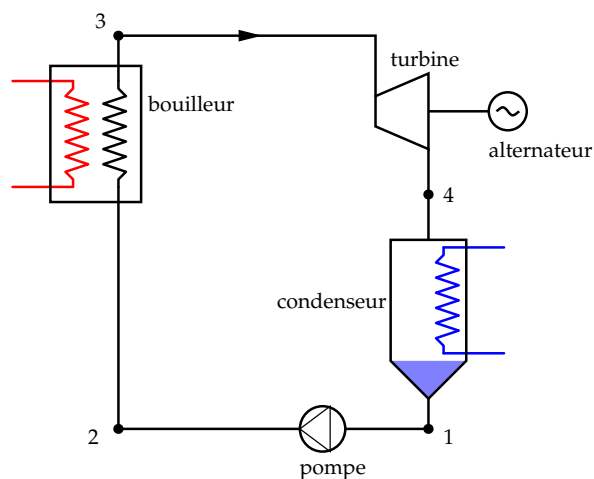
- Cours de thermodynamique appliquée édité par la caisse de secours
- TDs de thermodynamique appliquée édités par la caisse de secours
- Corrigés de TDs mis en ligne sur Claroline
- Notes manuscrites écrites par l'étudiant

Les ordinateurs et téléphones portables ne sont pas autorisés.

**Toute réponse donnée sans justification ne sera pas prise en compte.**

Les cycles à vapeur sont très largement utilisés dans les systèmes de conversion d'énergie et en particulier (mais pas uniquement) dans les systèmes permettant de transformer de l'énergie thermique en énergie électrique. C'est le cas par exemple dans les centrales nucléaires qui fournissent aujourd'hui en France la majeure partie de l'électricité.

Dans ce problème, on étudie un cycle à vapeur représenté sur le schéma ci-dessous et on aborde un moyen de l'optimiser.



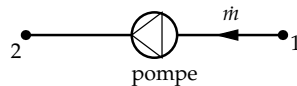
Le débit massique d'eau circulant dans cette installation est

$$\dot{m} = 85 \text{ kg/s}$$

Dans tout le problème, on considère que les conditions ambiantes sont  $(P_a, T_a) = (100 \text{ kPa}, 25^\circ\text{C})$ .

Une table des données de l'eau à saturation est disponible à la fin de l'énoncé.

# 1 Étude de la compression à travers la pompe



De l'eau sous forme de liquide à saturation à la pression de 10 kPa entre dans une pompe adiabatique et ressort à une pression de 8 600 kPa. Cette pompe a un rendement isentropique de 75%.

Le comportement thermodynamique du liquide au voisinage de la température de 46°C et pour une grande gamme de pression incluant l'intervalle [10 kPa; 8600 kPa] peut être approché avec une très bonne approximation par les équations d'état suivantes :

$$v(P, T) = v_0 (1 + \beta_0 (T - T_0))$$

$$h(P, T) = h_0 + C_{p0} (T - T_0) + v_0 (1 - \beta_0 T_0) (P - P_0)$$

$$s(P, T) = s_0 + C_{p0} \ln \left( \frac{T}{T_0} \right) - v_0 \beta_0 (P - P_0)$$

où les valeurs indicées 0 correspondent aux conditions de saturation du liquide à 46°C. En utilisant ces valeurs numériques, ces équations d'état deviennent :

$$v(P, T) = 1.010 \times 10^{-3} \times \left( 1 + 425 \times 10^{-6} \times (T - 319.15) \right) \left[ \text{m}^3/\text{kg} \right]$$

$$h(P, T) = 191.832 + 4.178 \times (T - 319.15) + 8.730 \times 10^{-4} \times (P - 10) \left[ \text{kJ}/\text{kg} \right]$$

$$s(P, T) = 0.6493 + 4.178 \times \ln \left( \frac{T}{319.15} \right) - 4.293 \times 10^{-7} \times (P - 10) \left[ \text{kJ}/(\text{kg.K}) \right]$$

Dans ces lois, la température  $T$  est en K et la pression  $P$  est en kPa.

Les constantes utilisées dans ces lois sont compatibles avec les données de la table thermodynamique fournies à la fin de l'énoncé.

## 1.1 État du liquide à l'entrée de la pompe

### Question

Déterminer l'état de l'eau à l'entrée de la pompe :  $(P_1, T_1, h_1, s_1)$ .

### Correction

L'eau qui entre dans la pompe est du liquide à saturation à la pression  $P_1 = 10$  kPa. Les tables thermodynamiques donnent les conditions thermodynamiques suivantes :

$P_1$	10 kPa
$T_1$	46°C
$h_1$	191.832 (kJ/kg)
$s_1$	0.6493 kJ/(kg.K)

## 1.2 Compression réelle

Si la compression était réversible, on peut montrer que l'état de l'eau à la sortie de la pompe serait le suivant :

$h_2^{rev}$	200.5 kJ/kg
$T_2^{rev}$	46.28°C

Dans la suite, on considère la compression réelle.

### 1.2.1 Puissance de la pompe

#### Question

Déterminer la puissance mécanique réelle délivrée par la pompe.

### Correction

Pour déterminer la puissance mécanique délivrée par la pompe, on applique le bilan d'énergie au fluide compris entre l'entrée à la sortie de la pompe. L'écoulement étant stationnaire et en négligeant les variations d'énergies potentielle et cinétique, on aboutit à la relation suivante :

$$\dot{W}_p = \dot{m} (h_2 - h_1)$$

Par définition du rendement isentropique de la pompe, on a

$$\eta_p = \frac{h_2^{rev} - h_1}{h_2 - h_1}$$

Par conséquent

$$\dot{W}_p = \dot{m} \frac{h_2^{rev} - h_1}{\eta_p}$$

soit

$$\dot{W}_p = 85 \times \frac{200.5 - 191.832}{0.75} = 983.4 \text{ kW} = 1 \text{ MW}$$

### 1.2.2 État du fluide à la sortie de la pompe

#### Question

Montrer que l'état du fluide à la sortie de la pompe est le suivant :

$h_2$	203.4 (kJ/kg)
$s_2$	0.6583 kJ/(kg.K)
$T_2$	46.97°C

On précisera, en le justifiant, si l'eau est sous forme entièrement liquide, entièrement vapeur ou sous forme d'un mélange diphasique. S'il est sous forme diphasique, on déterminera son titre thermodynamique  $x_2$ .

#### Correction

On a montré à la question précédente que l'enthalpie du liquide à la sortie de la pompe est donné par

$$h_2 = h_1 + \frac{h_2^{rev} - h_1}{\eta_p} = h_1 + \frac{\dot{W}_p}{\dot{m}}$$

soit

$$h_2 = 191.832 + \frac{983.4}{85} = 203.4 \text{ kJ/kg}$$

La pression à la sortie de la pompe est donnée :  $P_2 = 8600 \text{ kPa}$ .

À cette pression, l'enthalpie du liquide à saturation donnée par les tables thermodynamiques est  $h_l^{sat} = 1345.4 \text{ kJ/kg}$ . Par conséquent

$$h_2 < h_l^{sat}$$

et l'état du fluide est donc du liquide sous-refroidi.

Connaissant la pression  $P_2$  et l'enthalpie  $h_2$ , on peut connaître la température  $T_2$  en appliquant l'équation d'état  $h(P, T)$  :

$$h_2 = h_0 + v_0 (1 - \beta_0 T_0) (P_2 - P_0) + C p_0 (T_2 - T_0)$$

soit

$$T_2 = T_0 + \frac{h_2 - h_0}{C p_0} - \frac{v_0 (1 - \beta_0 T_0)}{C p_0} (P_2 - P_0)$$

soit

$$T_2 = (46 + 273.15) + \frac{203.4 - 191.832}{4.178} - \frac{1.01 \times 10^{-3} (1 - 425 \times 10^{-6} \times (46 + 273.15))}{4.178} \times (8600 - 10)$$

$$T_2 = 320.1 \text{ K} = 47^\circ\text{C}$$

L'entropie est donnée par

$$s_2 = s_0 + C p_0 \ln \left( \frac{T_2}{T_0} \right) - v_0 \beta_0 (P_2 - P_0)$$

soit

$$s_2 = 0.6493 + 4.178 \times \ln \left( \frac{47 + 273.15}{46 + 273.15} \right) - 1.01 \times 10^{-3} \times 425 \times 10^{-6} \times (8600 - 10)$$

$$s_2 = 0.6583 \text{ kJ}/(\text{kg.K})$$

### 1.2.3 Dissipation d'exergie

#### Question

Déterminer la dissipation d'exergie à la traversée de la pompe.

#### Correction

La dissipation d'exergie  $\dot{D}_{ap}$  est liée à la source d'entropie  $\dot{\sigma}_s$  par

$$\dot{D}_{ap} = T_a \dot{\sigma}_s$$

où  $T_a$  est la température ambiante.

Or, la pompe étant adiabatique et l'écoulement étant stationnaire, le bilan d'entropie appliqué au fluide dans la pompe donne

$$\dot{m} (s_2 - s_1) = \dot{\sigma}_s$$

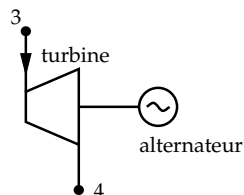
Par conséquent

$$\dot{D}_{ap} = \dot{m} T_a (s_2 - s_1)$$

soit

$$\dot{D}_{ap} = 85 \times (25 + 273.15) \times (0.6583 - 0.6493) = 228 \text{ kW}$$

## 2 Étude de la détente à travers la turbine



Une turbine à vapeur fonctionne avec de la vapeur d'eau en entrée à l'état suivant :

$P_3$	8600 kPa
$T_3$	500°C
$h_3$	3391.6 (kJ/kg)
$s_3$	6.6858 [0.6858] kJ/(kg.K)

L'eau à la sortie de la turbine se décharge dans un condenseur à une pression  $P_4 = 10 \text{ kPa}$ .

On suppose que la détente est adiabatique et que le rendement isentropique de la turbine est de 75%.

### 2.1 Détente réversible

On suppose dans cette partie que la détente est réversible.

#### Question

Déterminer l'état de l'eau à la sortie de la turbine :  $(h_4^{rev}, T_4^{rev}, s_4^{rev}, x_4^{rev})$ .

#### Correction

On connaît la pression de sortie :

$$P_4 = 10 \text{ kPa}$$

La détente étant adiabatique et réversible, elle est isentropique.

On a donc

$$s_4^{is} = s_3 = 6.6858 \text{ kJ}/(\text{kg.K})$$

$$[s_4^{is} = s_3 = 0.6858 \text{ kJ}/(\text{kg.K})]$$

À la pression de sortie, les données thermodynamiques à saturation montrent que

$$0.6493 = s_l^{sat} < s_4^{is} < s_v^{sat} = 8.1511$$

L'eau est donc sous forme diphasique. Sa température est donc la température de saturation à 10 kPa, soit

$$T_4^{is} = T^{sat}(P_4) = 46^\circ\text{C} = 319.15 \text{ K}$$

Le titre thermodynamique de l'eau est alors donné par

$$x_4^{is} = \frac{s_4^{is} - s_l^{sat}}{s_v^{sat} - s_l^{sat}}$$

soit

$$x_4^{is} = \frac{0.6858 - 0.6493}{8.1511 - 0.6493} = 0.8047$$

$$\left[ x_4^{is} = \frac{0.6858 - 0.6493}{8.1511 - 0.6493} = 0.004865 \right]$$

L'enthalpie du mélange diphasique liquide-vapeur est alors donné par

$$h_4^{is} = h_l^{sat} + x_4^{is} (h_v^{sat} - h_l^{sat})$$

soit

$$h_4^{is} = 191.832 + 0.8047 \times (2584.8 - 191.832) = 2117.4 \text{ kJ/kg}$$

$$[h_4^{is} = 191.832 + 0.004865 \times (2584.8 - 191.832) = 203.5 \text{ kJ/kg}]$$

## 2.2 Détente réelle

### Question

Montrer que l'état du fluide à la sortie de la turbine est le suivant :

$h_4$	2435.9 (kJ/kg)
$s_4$	7.6844 kJ/(kg.K)
$T_4$	46°C

On précisera, en le justifiant, si l'eau est sous forme entièrement liquide, entièrement vapeur ou sous forme d'un mélange diphasique. S'il est sous forme diphasique, on déterminera son titre thermodynamique  $x_4$ .

### Correction

La pression de sortie reste inchangée :

$$P_4 = 10 \text{ kPa}$$

Par définition du rendement isentropique d'une turbine, on a :

$$\eta_d = \frac{h_4 - h_3}{h_4^{is} - h_3}$$

Par conséquent

$$h_4 = h_3 + \eta_d (h_4^{is} - h_3)$$

soit

$$h_4 = 3391.6 + 0.75 \times (2117.4 - 3391.6) = 2435.9 \text{ kJ/kg}$$

$$[h_4 = 3391.6 + 0.75 \times (203.5 - 3391.6) = 1000.5 \text{ kJ/kg}]$$

Les données thermodynamiques montrent que

$$191.832 = h_l^{sat} < h_4 < h_v^{sat} = 2584.8$$

ce qui montre que l'eau est sous forme diphasique liquide-vapeur. La température est donc la température de saturation à 10 kPa, soit

$$T_4 = 46^\circ\text{C} = 319.15 \text{ K}$$

Le titre thermodynamique est donné par

$$x_4 = \frac{h_4 - h_l^{\text{sat}}}{h_v^{\text{sat}} - h_l^{\text{sat}}}$$

soit

$$x_4 = \frac{2435.9 - 191.832}{2584.8 - 191.832} = 0.9378$$

$$\left[ x_4 = \frac{1000.5 - 191.832}{2584.8 - 191.832} = 0.3379 \right]$$

L'entropie du mélange diphasique est alors donnée par

$$s_4 = s_l^{\text{sat}} + x_4 (s_v^{\text{sat}} - s_l^{\text{sat}})$$

soit

$$s_4 = 0.6493 + 0.9378 \times (8.1511 - 0.6493) = 7.6844 \text{ kJ}/(\text{kg.K})$$

$$[s_4 = 0.6493 + 0.3379 \times (8.1511 - 0.6493) = 3.1842 \text{ kJ}/(\text{kg.K})]$$

## 2.3 Puissance mécanique de détente

### Question

Déterminer la puissance mécanique récupérée à la turbine.

### Correction

L'écoulement étant stationnaire, les variations d'énergies cinétique et potentielle étant négligeable, le bilan d'énergie appliqué à l'eau comprise entre l'entrée et la sortie de la turbine donne :

$$\dot{m} (h_4 - h_3) = \dot{W}_t$$

où  $\dot{W}_t$  est la puissance mécanique fournie par la turbine au fluide. La puissance mécanique récupérée à la turbine est donc

$$-\dot{W}_t = -\dot{m} (h_4 - h_3)$$

soit

$$-\dot{W}_t = -85 \times (2435.9 - 3391.6) = 81231 \text{ kW} = 81 \text{ MW}$$

## 2.4 Dissipation d'exergie

### Question

Déterminer la dissipation d'exergie à la turbine.

### Correction

La dissipation d'exergie est donnée par

$$\dot{D}_{at} = T_a \dot{\sigma}_{st}$$

où  $\dot{\sigma}_{st}$  est la source d'entropie liée aux irréversibilités et  $T_a$  est la température ambiante.

Or, la détente étant adiabatique, le bilan d'entropie appliqué au fluide compris entre l'entrée et la sortie de la turbine donne :

$$\dot{m} (s_4 - s_3) = \dot{\sigma}_{st}$$

Par conséquent

$$\dot{D}_{at} = \dot{m} T_a (s_4 - s_3)$$

soit

$$\dot{D}_{at} = 85 \times (25 + 273.15) \times (7.6844 - 6.6858) = 25308 \text{ kW} = 25 \text{ MW}$$

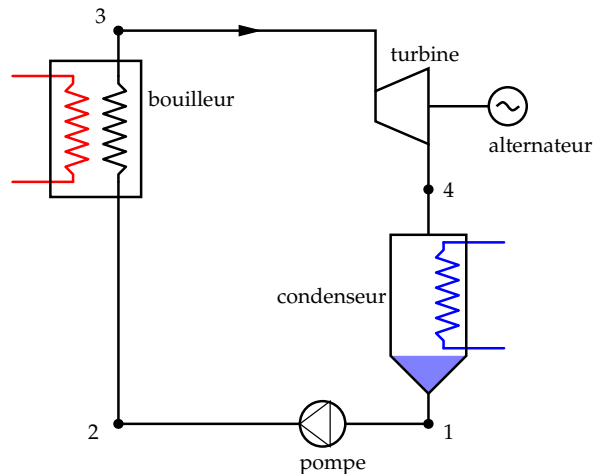
$$[\dot{D}_{at} = 85 \times (25 + 273.15) \times (7.6844 - 0.6858) = 177364 \text{ kW} = 177 \text{ MW}]$$

### 3 Cycle à vapeur

La vapeur générée à une pression de 8600 kPa et à une température de 500°C est fournie à une turbine. L'eau à la sortie de la turbine rentre dans un condenseur à 10 kPa où l'eau est condensée en liquide saturé. Cette eau est alors pompée pour entrer dans le bouilleur.

La pompe et la turbine ont des rendements isentropiques de 0.75.

La pression dans les échangeurs est supposée être constante. Les canalisations sont supposées être adiabatiques et on néglige les pertes de charge dans les canalisations.



On remarquera que les conditions de fonctionnement de la pompe et de la turbine sont celles étudiées dans les deux questions précédentes.

#### 3.1 Puissances échangées avec l'extérieur

##### Question

Déterminer les puissances reçues par l'eau du circuit à la traversée de ses différents composants.

##### Correction

À la traversée de chaque composant du circuit, l'écoulement est stationnaire et on peut négliger les variations d'énergies cinétique et potentielle. Le bilan d'énergie appliqué à l'eau comprise entre l'entrée et la sortie du composant s'écrit donc

$$\dot{m}(h_s - h_e) = \dot{W} + \dot{Q}$$

On a déjà déterminé les puissances mécaniques de la pompe et de la turbine. Il ne reste alors plus qu'à déterminer les puissances fournies au fluide au bouilleur et au condenseur. La puissance mécanique fournie au fluide par ces composants est nulle. Les puissances calorifiques fournies par le bouilleur et le condenseur sont donc respectivement

$$\dot{Q}_b = \dot{m}(h_3 - h_2)$$

$$\dot{Q}_c = \dot{m}(h_1 - h_4)$$

soit

$$\dot{Q}_b = 85 \times (3391.6 - 203.4) = 270997 \text{ kW} = 271 \text{ MW}$$

$$\dot{Q}_c = 85 \times (191.832 - 2435.9) = -190749 \text{ kW} = -191 \text{ MW}$$

Les puissances reçues par le fluide dans les différents composants du circuit sont synthétisées dans le tableau ci-dessous.

Pompe	1 MW
Bouilleur	271 MW
Turbine	-81 MW
Condenseur	-191 MW

On retrouve bien que la somme des puissances fournies au fluide est nulle sur le cycle.

### 3.2 Rendement énergétique du cycle

#### Question

Déterminer le rendement énergétique de ce cycle.

#### Correction

Les puissances provenant de l'extérieur sont, d'une part, la puissance mécanique fournie à la pompe  $\dot{W}_c$  et, d'autre part, la puissance calorifique fournie au bouilleur  $\dot{Q}_b$ . La puissance récupérée est la puissance mécanique fournie par la turbine  $-\dot{W}_t$ . Le rendement énergétique du cycle est donc donné par

$$\eta_{en} = \frac{-\dot{W}_t}{\dot{W}_c + \dot{Q}_b}$$

soit

$$\eta_{en} = \frac{81231}{270997 + 983.3} = 29.87\%$$

### 3.3 Analyse exergetique

Les températures d'échange moyennes au condenseur et au bouilleur sont respectivement 25°C et 450°C.

#### Question

Déterminer la dissipation d'exergie aux différents composants du circuit.

À quels phénomènes physiques sont dues les principales sources de dissipation d'exergie, d'une part, dans le bouilleur et, d'autre part, dans la turbine ?

#### Correction

On a déjà déterminé les dissipations d'exergie à la pompe et à la turbine. Il reste à déterminer les dissipations d'exergie aux échangeurs.

La dissipation d'exergie est donnée par

$$\dot{D}_a = T_a \dot{\sigma}_s$$

Le bilan d'entropie appliqué au fluide du circuit contenu dans un échangeur donne :

$$\dot{m} (s_s - s_e) = \frac{\dot{Q}}{T_{ech}} + \dot{\sigma}_s$$

Par conséquent

$$\dot{D}_a = T_a \left[ \dot{m} (s_s - s_e) - \frac{\dot{Q}}{T_{ech}} \right]$$

Pour le bouilleur et le condenseur, on a respectivement :

$$\dot{D}_{a,b} = T_a \left[ \dot{m} (s_3 - s_2) - \frac{\dot{Q}_b}{T_{ech,b}} \right]$$

$$\dot{D}_{a,c} = T_a \left[ \dot{m} (s_1 - s_4) - \frac{\dot{Q}_c}{T_{ech,c}} \right]$$

soit

$$\dot{D}_{a,b} = (25 + 273.15) \times \left[ 85 \times (6.6858 - 0.6583) - \frac{270997}{450 + 273.15} \right] = 41022 \text{ kW} = 41 \text{ MW}$$

$$\dot{D}_{a,c} = (25 + 273.15) \times \left[ 85 \times (0.6493 - 7.6844) - \frac{-190749}{25 + 273.15} \right] = 12460 \text{ kW} = 12 \text{ MW}$$

Les dissipations d'exergie sont récapitulées dans le tableau ci-dessous.

Pompe	0.23 MW
Bouilleur	41 MW
Turbine	25 MW [177 MW]
Condenseur	12 MW

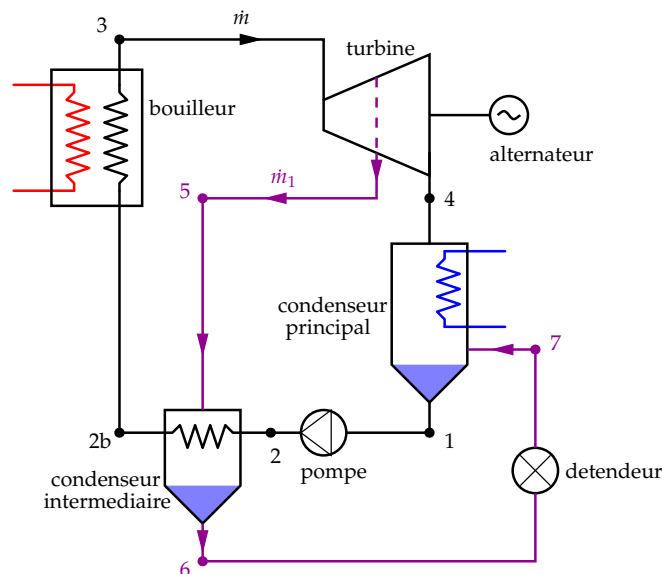


On remarque que les dissipations d'exergie les plus élevées sont au bouilleur et à la turbine. Au bouilleur, qui est un échangeur thermique, la source de dissipation d'exergie est principalement due aux irréversibilités externes dues dans ce cas à la différence de température entre le fluide du circuit et la température de la source chaude (par exemple un fluide plus chaud). À la turbine, la source de dissipation d'exergie est principalement due aux irréversibilités internes liée à la viscosité du fluide qui engendre des frottements internes au fluide et avec les parois de la turbine.

## 4 Cycle avec soutirage

L'une des manières d'optimiser un cycle à vapeur est de soutirer de l'eau chaude dans la phase de détente et d'utiliser l'énergie de ce fluide pour réchauffer l'eau qui sort de la pompe avant qu'il entre dans le bouilleur. L'eau prélevée est à une pression intermédiaire et elle cède son énergie en se condensant dans un condenseur intermédiaire. On suppose que la pression reste constante dans ce condenseur. À la sortie du condenseur intermédiaire, le fluide soutiré est réinjecté dans le circuit principal au niveau du condenseur principal. Mais, étant à haute pression, il passe d'abord dans un détendeur pour ramener sa pression à celle qui règne dans le condenseur principal.

On supposera que le détendeur et le condenseur intermédiaire sont adiabatiques.



Les états connus du fluide dans le circuit principal et dans le circuit de soutirage sont donnés dans le tableau suivant.

Circuit	État	Pression (kPa)	Température (°C)	Enthalpie (kJ/kg)	Entropie (kJ/kg.K)
Principal	1	10	46	191.832	0.6493
	2	8600	47	203.4	0.6583
	2b	8600	226	973.0	2.5619
	3	8600	500	3391.6	6.6858
	4	10	46	2435.9	7.6844
Soutirage	5	1150	272.5	2987.8	6.9470
	6	1150	186	790	2.1980
	7	10			

Le débit de masse du circuit principal est le même que dans le cycle précédent :  $\dot{m} = 85 \text{ kg/s}$ .

### 4.1 Débit de soutirage

#### Question

Déterminer le débit de masse du circuit de soutirage  $\dot{m}_1$ .

#### Correction

Le bilan d'énergie appliqué à l'ensemble du fluide compris dans le condenseur intermédiaire est le suivant :

$$\dot{m} h_2 + \dot{m}_1 h_5 = \dot{m} h_{2b} + \dot{m}_1 h_6$$

soit

$$\dot{m}_1 = \dot{m} \frac{h_{2b} - h_2}{h_5 - h_6}$$

soit

$$\dot{m}_1 = 85 \times \frac{973 - 203.4}{2987.8 - 790} = 29.76 \text{ kg/s}$$

Cela signifie que 35% du débit du circuit principal est soutiré.

## 4.2 Puissance délivrée par la turbine

### Question

Déterminer la puissance fournie par l'ensemble des deux étages de la turbine.

Pourquoi cette puissance est-elle plus faible que dans le cas du circuit sans soutirage ?

Comment faudrait-il agir pour que la turbine du circuit avec soutirage délivre la même puissance que celle du circuit sans soutirage ?

### Correction

Le premier étage de la turbine est traversé par le débit de masse  $\dot{m}$  et les états de l'eau à l'entrée et à la sortie de cet étage sont respectivement les états 3 et 5. Le bilan d'énergie appliqué à l'eau comprise entre l'entrée et la sortie de cet étage permet alors de déterminer la puissance fournie par le premier étage de la turbine :

$$-\dot{W}_{t1} = \dot{m} (h_5 - h_3)$$

Le deuxième état de la turbine est traversé par le débit de masse  $(\dot{m} - \dot{m}_1)$  et les états de l'eau à l'entrée et à la sortie de cet étage sont respectivement les états 5 et 4. Le bilan d'énergie appliqué à l'eau comprise entre l'entrée et la sortie de cet étage permet alors de déterminer la puissance fournie par le deuxième étage de la turbine :

$$-\dot{W}_{t2} = (\dot{m} - \dot{m}_1) (h_4 - h_5)$$

La puissance totale fournie par la turbine est la somme de ces deux puissances, soit

$$-\dot{W}_t^s = \dot{m} (h_5 - h_3) + (\dot{m} - \dot{m}_1) (h_4 - h_5)$$

soit

$$-\dot{W}_t^s = 85 \times (973 - 3391.6) + (85 - 29.7) \times (2435.9 - 973) = 64800 \text{ kW} = 65 \text{ MW}$$

On remarque que cette puissance est plus faible que dans le cas du circuit sans soutirage. Cela provient du fait que le débit de masse du second étage de la détente est plus faible que celui du premier étage. Or, la puissance est directement proportionnelle au débit de masse, ce qui explique que cette puissance est plus faible.

Pour obtenir la même puissance que dans le cas du circuit sans soutirage, il est nécessaire d'augmenter le débit de masse dans le circuit principal. Toutes les puissances étant proportionnelles au débit de masse, la nouvelle valeur du débit de masse  $\dot{m}^s$  à considérer est donnée par

$$\frac{\dot{W}_t}{\dot{m}^s} = \frac{\dot{W}_t^s}{\dot{m}}$$

soit

$$\dot{m}^s = 85 \times \frac{81231}{64800} = 106.6 \text{ kg/s}$$

Le nouveau débit de masse de soutirage  $\dot{m}_1^s$  est alors donné par

$$\dot{m}_1^s = \dot{m}^s \frac{\dot{m}_1}{\dot{m}}$$

soit

$$\dot{m}_1^s = 106.6 \times \frac{29.76}{85} = 37.3 \text{ kg/s}$$

### 4.3 Rendement énergétique

#### Question

Déterminer le rendement énergétique de ce cycle.

#### Correction

Le rendement énergétique de ce cycle est défini comme suit :

$$\eta_{en}^s = \frac{-\dot{W}_t^s}{\dot{Q}_b^s + \dot{W}_p}$$

La puissance mécanique fournie par la pompe est la même que celle du circuit sans soutirage : même débit de masse qui la traverse et mêmes états à l'entrée et à la sortie.

En revanche, les autres puissances sont différentes. On a déterminé la puissance fournie par la turbine et il est nécessaire de déterminer la puissance fournie par le bouilleur.

Le bilan d'énergie appliqué au fluide dans le bouilleur donne

$$\dot{Q}_b^s = \dot{m} (h_3 - h_{2b})$$

soit

$$\dot{Q}_b^s = 85 \times (3391.6 - 973) = 205573 \text{ kW}$$

Par conséquent

$$\eta_{en}^s = \frac{64800}{205573 + 983.3} = 31.37\%$$

Ce rendement énergétique est effectivement supérieur à celui du circuit sans soutirage et l'application de ce soutirage constitue donc bien une optimisation du cycle.

### 4.4 Puissance échangée au condenseur

Pour cette question, on prendra comme condition de fonctionnement celle trouvée à la question 4.2 pour que la puissance à la turbine soit la même que celle du circuit sans soutirage.

#### Question

Déterminer la puissance échangée au condenseur avec l'extérieur.

Interpréter en quoi le soutirage permet d'obtenir un tel résultat.

#### Correction

Le bilan d'énergie appliqué à l'eau du circuit contenu dans le condenseur s'écrit

$$\dot{m}^s h_1 - \dot{m}_1^s h_7 - (\dot{m}^s - \dot{m}_1^s) h_4 = \dot{Q}_c^s$$

Toutes les variables du membre de gauche sont connues à l'exception de  $h_7$ . Pour déterminer sa valeur, on effectue un bilan d'énergie au détendeur. Au détendeur, aucune puissance mécanique n'est fournie ni aucune puissance calorifique, le bilan d'énergie s'écrit donc :

$$\dot{m}_1^s (h_7 - h_6) = 0$$

soit

$$h_7 = h_6 = 790 \text{ kJ/kg}$$

Par conséquent

$$\dot{Q}_c^s = 106.6 \times 191.832 - 37.3 \times 790 - (106.6 - 37.3) \times 2435.9 = -177703 \text{ kW} = -178 \text{ MW}$$

Bien que le débit de masse soit plus élevé que dans le circuit sans soutirage, la puissance calorifique cédée à l'extérieur au condenseur est plus faible (en valeur absolue) dans le cas du circuit avec soutirage que celle trouvée dans le cas du circuit sans soutirage. En effet, dans le cas du circuit avec soutirage, dans le condenseur, l'eau provenant de la turbine est mélangée à l'eau provenant du circuit de soutirage. Or, l'enthalpie de cette eau ( $h_7 = 790 \text{ kJ/kg}$ ) est inférieure à l'enthalpie de l'eau provenant de la turbine ( $h_4 = 2435.9 \text{ kJ/kg}$ ). Ainsi, le circuit de soutirage participe à la diminution de l'enthalpie du fluide provenant de la turbine. Il y a ainsi moins de puissance calorifique à céder à l'extérieur.

## 4.5 Puissance mécanique récupérable au détendeur

### Question

Quelle puissance mécanique maximale pourrait être récupérée si le détendeur était remplacé par une turbine ?

### Correction

Si le détendeur était remplacé par une turbine, la puissance maximale récupérable serait celle obtenue pour une détente réversible ; la détente étant adiabatique, elle serait donc isentropique. L'entropie à la sortie de la turbine serait alors

$$s_7^{rev} = s_6 = 2.1980$$

Les données thermodynamiques à saturation à la pression de sortie de 10 kPa montre que le fluide serait sous forme diphasique et son titre thermodynamique serait

$$x_7^{rev} = \frac{s_7^{is} - s_l^{sat}}{s_v^{sat} - s_l^{sat}}$$

soit

$$x_7^{rev} = \frac{2.1980 - 0.6493}{8.1511 - 0.6493} = 0.2064$$

L'enthalpie du fluide serait donc

$$h_7^{rev} = h_l^{sat} + x_7^{rev} (h_v^{sat} - h_l^{sat})$$

soit

$$h_7^{rev} = 191.832 + 0.2064 \times (2584.8 - 191.832) = 685.8 \text{ kJ/kg}$$

La puissance mécanique maximale récupérable serait donc

$$\dot{W}_{t7}^{rev} = -\dot{m}_1^s (h_7^{rev} - h_6)$$

soit

$$\dot{W}_{t7}^{rev} = -37.3 \times (685.8 - 790) = 3886 \text{ kW} = 4 \text{ MW}$$

Cette puissance est relativement faible, bien que non négligeable, par rapport à la puissance de la turbine principale (81 MW). Par ailleurs, le rendement de cette turbine serait très mauvais et la puissance effectivement récupérée serait donc bien plus faible (de l'ordre de 1 – 2 MW). En effet, la turbine fonctionnerait avec un fluide diphasique à très faible titre thermodynamique, c'est-à-dire avec beaucoup de liquide. L'écoulement interne présenterait alors de très forts déséquilibres, ce qui conduirait à des irréversibilités internes importantes et donc un rendement très faible. Par ailleurs, un fonctionnement faible titre thermodynamique engendre des dégâts mécaniques.

## Annexe : quelques données thermodynamiques de l'eau

### Données à saturation

$p^{sat}$ (kPa)	$T$ (°C)	$h_l^{sat}$ (kJ/kg)	$h_v^{sat}$ (kJ/kg)	$s_l^{sat}$ (kJ/(kg.K))	$s_v^{sat}$ (kJ/(kg.K))
10	46	191.832	2584.8	0.6493	8.1511
1150	186	790	2781.3	2.1980	6.5342
8600	300	1345.4	2750.9	3.2557	5.7076