

Devoir surveillé de Thermodynamique Appliquée

Etude d'une centrale solaire

Corrigé

26 mars 2013

Documents autorisés :

- Cours de thermodynamique appliquée édité par la caisse de secours
- TDs de thermodynamique appliquée édité par la caisse de secours
- Corrigés de TDs mis en ligne sur Claroline
- Notes manuscrites écrites par l'étudiant

Les ordinateurs et téléphones portables ne sont pas autorisés.

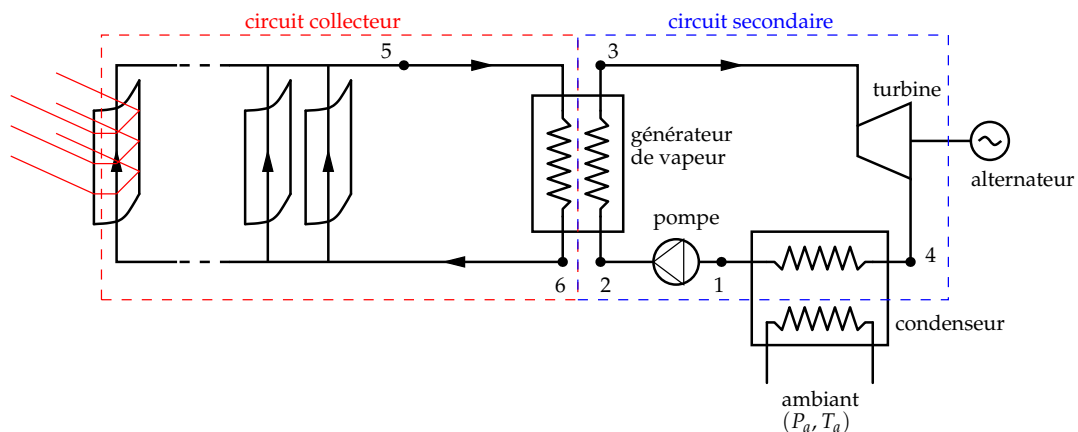
Toutes les réponses fournies devront être clairement justifiées. ***Un résultat énoncé sans justification ne sera pas pris en compte.***

Les *hypotheses* suivantes peuvent être faites :

- les écoulements sont stationnaires ;
- les appareils et canalisations sont parfaitement calorifugés ;
- les variations d'énergie cinétique sont négligeables ;
- les variations d'énergie potentielle sont négligeables ;
- les écoulements à travers les échangeurs sont supposés être isobares.

Présentation générale

SEGS (« Solar Energy Generating Systems ») est la plus grande installation au monde de production d'énergie solaire. Elle se compose de neuf centrales solaires et se situe dans le désert de Mojave en Californie. Ces centrales datent pour la plupart de la fin des années 80 et leurs puissances varient de 30 à 150 MW. L'objet de ce problème est d'étudier les caractéristiques principales de l'une de ces centrales dont le principe général est représenté sur le schéma ci-dessous.



Le milieu ambiant est à $P_a = 101\,325\text{ Pa}$ et $T_a = 20^\circ\text{C}$.

La turbine fournit une puissance de 30 MW à l'alternateur qui produit l'électricité.

Données thermodynamiques de l'eau du circuit secondaire

Le tableau ci-dessous fournit quelques données thermodynamiques de l'eau à saturation :

$T\ (^{\circ}\text{C})$	$P^{sat}\ (\text{kPa})$	$h_l^{sat}\ (\text{kJ/kg})$	$h_v^{sat}\ (\text{kJ/kg})$	$s_l^{sat}\ (\text{kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K}))$	$s_v^{sat}\ (\text{kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K}))$
45	9.594	188.4	2582	0.639	8.163
255	4320	1110	2800	2.839	6.037
300	8588	1311	2750	3.208	5.706

Le tableau ci-dessous fournit quelques caractéristiques de la vapeur d'eau surchauffée.

$P\ (\text{kPa})$	$T\ (^{\circ}\text{C})$	$h\ (\text{kJ/kg})$	$s\ (\text{kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K}))$
4320	360	3111	6.580
4320	365	3124	6.600
4320	370	3136	6.619
4320	375	3148	6.638
8588	450	3264	6.515
8588	460	3290	6.551
8588	470	3316	6.586
8588	480	3342	6.620
8588	490	3367	6.654

La vapeur d'eau n'est pas modélisée comme un gaz parfait.

1 Modélisation du comportement thermodynamique d'un fluide incompressible

Cette partie est indépendante des deux suivantes.

Dans cette première partie, on modélise le comportement thermodynamique d'un fluide *incompressible*, *indilatable* et dont la *capacité calorifique à pression constante est constante*.

Montrer que les expressions de $h(P; T)$ et $s(P; T)$ sont les suivantes :

$$h(P; T) = h_0 + C_{p0} (T - T_0) + v_0 (P - P_0) \quad (1)$$

$$s(P; T) = s_0 + C_{p0} \ln \left(\frac{T}{T_0} \right) \quad (2)$$

où les grandeurs indicées 0 correspondent à des données de référence.

Pour le montrer, on pourra utiliser l'expression générale de la différentielle de $h(P; T)$ et montrer que s est indépendant de P .

Correction

On a la relation générale (cf. relation (1.15) du cours) :

$$dh = C_p dT + \left[v - T \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_P \right] dP$$

Le fluide étant incompressible et indilatable, son volume massique est constant (cf. § 1.1.3.3 du cours) :

$$v = v_0$$

Par ailleurs, on suppose que sa capacité calorifique à pression constante est constante :

$$C_p = C_{p0}$$

La différentielle de h se simplifie alors en

$$dh = Cp_0 dT + v_0 dP$$

Par intégration de la différentielle de h entre l'état de référence $(h_0; P_0; T_0)$ et l'état courant $(h; P; T)$, on obtient immédiatement

$$h(P; T) = h_0 + Cp_0 (T - T_0) + v_0 (P - P_0)$$

La capacité calorifique à pression constante est telle que (cf. relation (1.13) du cours)

$$Cp = T \left(\frac{\partial s}{\partial T} \right)_P$$

Pour le cas particulier du fluide considéré, Cp est constant et par intégration de la relation ci-dessus, on a

$$s(P; T) = s_0 + Cp_0 \ln \left(\frac{T}{T_0} \right) + \psi_0(P)$$

où la fonction $\psi_0(P)$ doit être déterminée. La relation de Maxwell appliquée à la différentielle de g (cf. relation (1.9) du cours) donne

$$\left(\frac{\partial(-s)}{\partial P} \right)_T = \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_P$$

Le fluide étant indilatable, le membre de droite est nulle, ce qui montre que $\psi_0(P) = 0$. On a donc

$$s(P; T) = s_0 + Cp_0 \ln \left(\frac{T}{T_0} \right)$$

Pour montrer que s est indépendant de P , on peut également utiliser la relation générale (cf. relation (1.7) du cours)

$$dh = T ds + v dP$$

v étant constant, cette relation se particularise en

$$dh = T ds + v_0 dP$$

en comparant cette relation à la relation

$$dh = Cp_0 dT + v_0 dP$$

on en déduit immédiatement que

$$T ds = Cp_0 dT$$

ce qui montre que s ne dépend que de T et est donc indépendant de P .

2 Etude du circuit secondaire

Les données principales du circuit secondaire sont les suivantes :

- l'eau à l'entrée de la pompe est à saturation ;
- la température maximale du fluide dans le circuit est de 365°C et sa température minimale est de 45°C ;
- la pression maximale du fluide dans le circuit est de $43.2 \times 10^5 \text{ Pa}$;
- les rendements isentropiques de la pompe et de la turbine sont respectivement de 0.92 et 0.86.

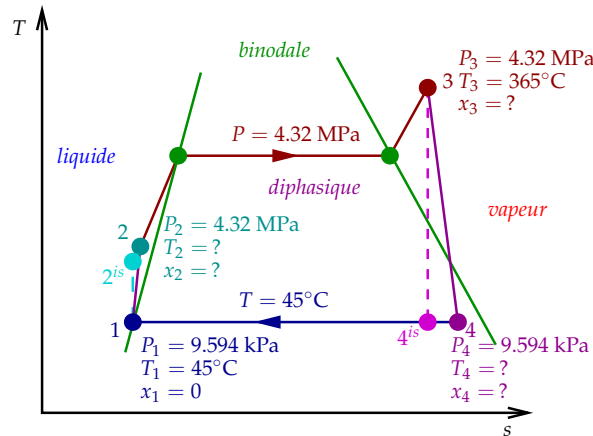
2.1 Allure du cycle

Tracer l'évolution *réaliste* du fluide au cours du cycle dans un diagramme $T - s$. Justifier.

On indiquera sur ce diagramme les différents points du circuit et les données thermodynamiques connues.

Correction

L'allure du cycle dans un diagramme $T - s$ est donnée sur la figure ci-dessous.



La transformation $2 \rightarrow 3$ est isobare et la pression maximale du cycle correspond à cette pression ; on a donc $P_2 = P_3 = 4.32 \text{ MPa}$.

La température maximale est atteinte au point 3 ; on a donc $T_3 = 365^\circ\text{C}$.

La température minimale est atteinte au point 1 ; on a donc $T_1 = 45^\circ\text{C}$. Le fluide en 1 étant à saturation, sa pression est $P_1 = P^{\text{sat}}(T_1) = 9.594 \text{ kPa}$ (cf. table thermodynamique). La transformation $4 \rightarrow 1$ étant isobare, on a $P_4 = P_1 = 9.594 \text{ kPa}$.

La compression $1 \rightarrow 2$ et la détente $3 \rightarrow 4$ sont adiabatiques mais non réversibles ; l'entropie croît donc au cours de ces deux transformations.

A ce stade, on ne sait pas si les états 2, 3 et 4 sont monophasiques ou diphasiques et cette information devra donc être déterminée.

Par ailleurs, le sens du cycle montre que

$$\oint T ds > 0$$

ce qui signifie que si toutes les transformations étaient réversibles, la puissance calorifique fournie au fluide au cours du cycle serait positive (on rappelle que la relation $\delta Q = T ds$ n'est vraie que pour une transformation réversible). Les irréversibilités du cycle étant cependant suffisamment faibles pour que le cycle réel soit proche du cycle réversible, on en déduit que $\dot{Q} > 0$ pour le cycle réel. Or, sur le cycle complet, on a

$$\dot{W}' + \dot{Q} = 0$$

où \dot{W}' est la puissance mécanique fournie au fluide au cours du cycle. Par conséquent, $\dot{W}' < 0$: le circuit secondaire fournit donc de la puissance mécanique à l'extérieur (à l'alternateur).

2.2 Etat du fluide en entrée de la pompe et en entrée de la turbine

Déterminer l'état du fluide (P, T, h, s, x) à l'entrée de la pompe et à l'entrée de la turbine. On précisera, en le justifiant, si le fluide est à saturation (liquide ou vapeur), si c'est du liquide sous-refroidi ou de la vapeur surchauffée.

Correction

L'eau à l'entrée de la pompe est du liquide à saturation à la température minimale qui est de 45°C ; on a donc (cf. table thermodynamique)

T_1 ($^\circ\text{C}$)	P_1 (kPa)	h_1 (kJ/kg)	s_1 (kJ/(kg.K))	x_1
45	9.594	188.4	0.639	0

Le fluide à l'entrée de la turbine est dans un état tel que sa pression et sa température sont les plus élevées dans le circuit. Le fluide est de la vapeur surchauffée car sa température est supérieure à la température de saturation à la pression maximale : $T_3 > T^{\text{sat}}(P_3)$ ($365 > 255$, cf. table thermodynamique). On a donc (cf. table thermodynamique)

T_3 ($^\circ\text{C}$)	P_3 (kPa)	h_3 (kJ/kg)	s_3 (kJ/(kg.K))	x_3
365	4320	3124	6.600	1

2.3 Etat du fluide en sortie de turbine

Déterminer l'état du fluide (P, T, h, s, x) en sortie de turbine.

On pourra avantageusement commencer par déterminer l'état du fluide en supposant que la détente est réversible.

On précisera, en le justifiant, si le fluide est à saturation (liquide ou vapeur), si c'est du liquide sous-refroidi ou de la vapeur surchauffée.

Correction

La pression en sortie de turbine est la plus basse du cycle et on a donc

$$P_4 = 9.594 \text{ kPa}$$

On suppose dans un premier temps que la détente dans la turbine est *réversible* avec $P_4^{is} = P_4$. Etant par ailleurs adiabatique, elle est isentropique. On a alors

$$s_4^{is} = s_3 = 6.6 \text{ kJ}/(\text{kg.K})$$

On remarque que cette entropie est telle que $s_l^{sat}(P_4^{is}) < s_4^{is} < s_v^{sat}(P_4^{is})$ ($0.639 < 6.6 < 8.163$, cf. table thermodynamique). L'état est donc diphasique liquide-vapeur et son titre est donné par (cf. relation (1.61) du cours)

$$x_4^{is} = \frac{s_4^{is} - s_l^{sat}}{s_v^{sat} - s_l^{sat}} = \frac{6.6 - 0.639}{8.163 - 0.639} = 0.792$$

L'enthalpie du fluide est donc (cf. relation (1.59) du cours)

$$h_4^{is} = h_l^{sat} + x_4^{is} (h_v^{sat} - h_l^{sat}) = 188.4 + 0.792 \times (2582 - 188.4) = 2084 \text{ kJ/kg}$$

On considère à présent la transformation *réelle* irréversible. Les irréversibilités de la détente sont caractérisées par son rendement isentropique défini par (cf. relation (3.35) du cours)

$$\eta_{det} = \frac{h_4 - h_3}{h_4^{is} - h_3}$$

qui permet de déterminer

$$h_4 = h_3 + \eta_{det} (h_4^{is} - h_3) = 3124 + 0.86 \times (2084 - 3124) = 2230 \text{ kJ/kg}$$

On remarque que $h_l^{sat}(P_4) < h_4 < h_v^{sat}(P_4)$ ($188.4 < 2230 < 2582$, cf. table thermodynamique); le fluide est donc sous forme diphasique. Son titre massique est

$$x_4 = \frac{h_4 - h_l^{sat}}{h_v^{sat} - h_l^{sat}} = \frac{2230 - 188.4}{2582 - 188.4} = 0.853$$

ce qui confirme que le fluide est bien sous forme diphasique et majoritairement sous forme vapeur.

L'entropie du système diphasique est donnée par

$$s_4 = s_l^{sat} + x_4 (s_v^{sat} - s_l^{sat}) = 0.639 + 0.853 \times (8.163 - 0.639) = 7.057 \text{ kJ}/(\text{kg.K})$$

On remarque que $s_4 > s_4^{is}$, ce qui confirme bien le caractère irréversible de la transformation réelle.

T_4 (°C)	P_4 (kPa)	h_4 (kJ/kg)	s_4 (kJ/(kg.K))	x_4
45	9.594	2230	7.057	0.853

2.4 Débit de masse

Déterminer le débit de masse d'eau dans le circuit.

Correction

On applique le bilan d'énergie à l'eau comprise entre l'entrée et la sortie de la turbine. Le bilan général s'écrit (cf. relation (2.27) du cours) :

$$\frac{d\mathcal{E}}{dt} = -\dot{m}_4 (h + e_c + e_p)_4 + \dot{m}_3 (h + e_c + e_p)_3 + \dot{W}'_t + \dot{Q}_t$$

L'écoulement étant stationnaire, le membre de gauche de cette relation est nul et le bilan de masse appliqué au système (cf. relation (2.13) du cours) montre que le débit de masse est conservé :

$$\dot{m}_4 = \dot{m}_3 = \dot{m}_e$$

Les variations d'énergies cinétique et potentielle étant négligeables, le bilan d'énergie devient donc

$$\dot{m}_e (h_4 - h_3) = \dot{W}'_t + \dot{Q}_t$$

La détente étant adiabatique, $\dot{Q}_t = 0$ et on a finalement

$$\dot{m}_e (h_4 - h_3) = \dot{W}'_t$$

soit

$$\dot{m}_e = \frac{\dot{W}'_t}{h_4 - h_3} = \frac{-30 \times 10^3}{2230 - 3124} = 33.56 \text{ kg/s}$$

2.5 Puissance de la pompe

On suppose que l'eau sous-saturée peut être modélisée comme un fluide incompressible et indilatable à C_p constant dans toutes les gammes de température et de pression considérées dans le problème.

On prendra comme valeurs de référence pour la masse volumique et la capacité calorifique à pression constante du liquide sous-saturé respectivement $\rho_0 = 890 \text{ kg/m}^3$ et $C_{p0} = 4.365 \text{ kJ/(kg.K)}$ (ces valeurs sont cohérentes avec les gammes de pression et de température du liquide au cours du cycle). Les autres grandeurs de référence sont celles du liquide à saturation à la température de 45°C (cf. Eqs (1)-(2)).

Etant donnée cette modélisation de l'eau liquide sous-saturée, déterminer la puissance de la pompe. On commencera par déterminer la puissance d'une pompe réversible fonctionnant entre les mêmes niveaux de pression en entrée et sortie et en se souvenant que $dh = T ds + v_0 dP$.

Correction

On considère dans un premier temps que la compression est *réversible*. Etant par ailleurs adiabatique, elle est isentropique.

Pour une transformation réversible, on a

$$\delta w'_{rev} = v dP$$

Le fluide étant supposé être incompressible et indilatable, v est constant : $v = v_0$. On a donc

$$\dot{W}'_{rev} = \dot{m}_e \int v dP = \dot{m}_e v_0 \int dP = \dot{m}_e v_0 \Delta P = 33.56 \times \frac{1}{890} \times (4320 - 9.594) \times 10^3 = 0.163 \text{ MW}$$

On considère à présent la transformation *réelle* irréversible. Les irréversibilités de la compression sont caractérisées par son rendement isentropique défini par (cf. relation (3.34) du cours)

$$\eta_{comp} = \frac{\dot{W}'_{rev}}{\dot{W}'_c}$$

La puissance fournie au fluide par la pompe est donc

$$\dot{W}'_c = \frac{\dot{W}'_{rev}}{\eta_{comp}} = \frac{0.163}{0.92} = 0.177 \text{ MW}$$

On remarque que la puissance de compression est beaucoup plus faible que la puissance de détente. Ceci est dû au fait que le volume massique du liquide est beaucoup plus faible que celui de la vapeur.

2.6 Etat du fluide à la sortie de la pompe

Déterminer l'état du fluide (P, T, h, s, x) à la sortie de la pompe.

Commenter la représentation de cette compression dans le diagramme $T - s$.

Correction

L'application de l'équation de bilan d'énergie donne (écoulement stationnaire, variations d'énergies cinétique et potentielle négligeables et transformation adiabatique)

$$\dot{m}_e (h_2 - h_1) = \dot{W}'_c$$

soit

$$h_2 = h_1 + \frac{\dot{W}'_c}{\dot{m}_e} = 188.4 + \frac{0.177 \times 10^3}{33.56} = 193.7 \text{ kJ/kg}$$

Sachant que $P_2 = 4320 \text{ kPa}$, on remarque que $h_2 < h_l^{sat}(P_2)$ ($193.7 < 1110$, cf. table thermodynamique), ce qui signifie que le fluide est du liquide sous-refroidi et que son titre est donc nul : $x_2 = 0$.

Le liquide étant incompressible, indilatable et à C_p constant, la relation (1) s'applique :

$$h_2 - h_1 = C_{p0} (T_2 - T_1) + v_0 (P_2 - P_1)$$

soit

$$T_2 = T_1 + \frac{(h_2 - h_1) - v_0 (P_2 - P_1)}{C_{p0}} = 45 + \frac{(193.7 - 188.4) - (4320 - 9.594) / 890}{4.365} = 45.1^\circ\text{C}$$

De même, la relation (2) s'applique :

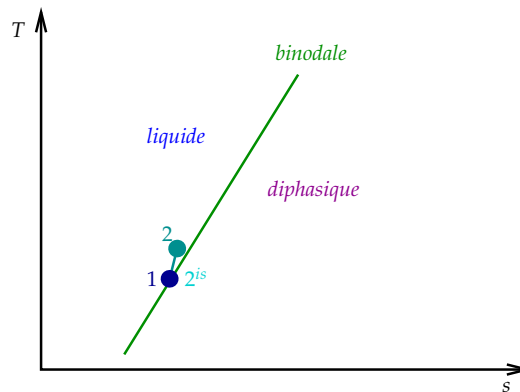
$$s_2 = s_0 + C_{p0} \ln \left(\frac{T_2}{T_0} \right) = 0.639 + 4.365 \times \ln \left(\frac{45.1 + 273.15}{45 + 273.15} \right) = 0.640 \text{ kJ/(kg.K)}$$

On remarque que cette entropie est effectivement légèrement supérieure à l'entropie du fluide à l'entrée de la pompe, ce qui caractérise l'irréversibilité de la compression.

T_2 (°C)	P_2 (kPa)	h_2 (kJ/kg)	s_2 (kJ/(kg.K))	x_2
45.1	4320	193.7	0.640	0

L'entropie du liquide ne dépendant que de sa température, les points représentatifs des états 1 et 2^{is} sont confondus dans un diagramme $T - s$ bien que leurs pressions soient différentes.

La transformation réelle irréversible est telle que les états 1 et 2 ont des entropies et températures très voisines et les points représentatifs de ces états sont par conséquent quasiment confondus dans un diagramme $T - s$ comme illustré sur la figure ci-dessous.



On récapitule dans le tableau ci-dessous l'état de l'eau aux différents points du circuit secondaire

Point	T (°C) / T (K)	P (kPa)	h (kJ/kg)	s (kJ/(kg.K))	x
1	45 / 318.15	9.594	188.4	0.639	0
2	45.1 / 318.25	4320	193.7	0.640	0
3	365 / 638.15	4320	3124	6.600	1
4	45 / 318.15	9.594	2230	7.057	0.853

2.7 Puissance calorifique au générateur de vapeur

Déterminer la puissance calorifique transmise à l'eau dans le générateur de vapeur.

Correction

Le bilan d'énergie appliqué à l'eau située dans le générateur de vapeur entre l'entrée et la sortie donne (écoulement stationnaire, variations d'énergies cinétique et potentielle négligeables et puissance mécanique nulle) :

$$\dot{m}_e (h_3 - h_2) = \dot{Q}_e$$

soit

$$\dot{Q}_e = 33.56 \times (3124 \times 10^3 - 193.7 \times 10^3) = 98.341 \text{ MW}$$

Cette puissance est bien positive car l'eau *reçoit* de la puissance calorifique (du fluide collecteur).

2.8 Puissance calorifique au condenseur

Déterminer la puissance calorifique transmise à l'eau dans le condenseur.

Correction

Le bilan d'énergie appliqué à l'eau du circuit secondaire située dans le condenseur entre l'entrée et la sortie donne (mêmes hypothèses)

$$\dot{m}_e (h_1 - h_4) = \dot{Q}_c$$

soit

$$\dot{Q}_c = 33.56 \times (188.4 - 2230) = -68.516 \text{ MW}$$

Cette puissance est bien négative car le fluide *cède* de la puissance calorifique à l'extérieur.

2.9 Rendement énergétique du cycle

Définir le rendement énergétique du cycle et déterminer sa valeur.

Correction

Les puissances échangées aux différents composants du circuit secondaire sont synthétisées dans le tableau ci-dessous.

Composant	\dot{W}' (MW)	\dot{Q} (MW)
Pompe	0.177	0
Générateur de vapeur	0	98.341
Turbine	-30	0
Condenseur	0	-68.516

On peut définir le rendement énergétique de ce cycle par

$$\eta_{en} = \frac{-\dot{W}'_t}{\dot{Q}_e + \dot{W}'_c} = \frac{30}{98.341 + 0.177} = 30.5\%$$

On peut également le définir par

$$\eta_{en2} = \frac{-(\dot{W}'_t + \dot{W}'_c)}{\dot{Q}_e} = \frac{-(-30 + 0.177)}{98.341} = 30.3\%$$

Du fait de la faible valeur de la puissance mécanique fournie par la pompe, l'écart est faible.

3 Etude du circuit collecteur

Le fluide du circuit collecteur est un liquide organique dont le fabricant recommande de *limiter la température à des valeurs inférieures à 400°C*.

T (°C)	ρ (kg/m ³)	h (kJ/kg)	C_p (kJ/(kg.K))	s (kJ/(kg.K))
400	696	798	2.62	0.223

On suppose que ce fluide est incompressible, indilatable et que sa capacité calorifique à pression constante est constante. Les grandeurs du tableau ci-dessus sont prises comme valeurs de référence (cf. Eqs (1)-(2)).

3.1 Débit de masse du circuit collecteur

Pour simplifier, on suppose dans un premier temps que la pression dans le circuit collecteur est uniforme. Les températures en entrée et en sortie du générateur de vapeur sont respectivement de 200°C et 390°C.

Déterminer le débit de masse du fluide collecteur.

Correction

Le bilan d'énergie appliqué au fluide collecteur situé dans le générateur de vapeur entre l'entrée et la sortie donne (écoulement stationnaire, variations d'énergies cinétique et potentielles négligeables et puissance mécanique nulle)

$$\dot{m}_c (h_6 - h_5) = \dot{Q}_{ce}$$

où \dot{m}_c est le débit de masse du fluide collecteur et où

$$\dot{Q}_{ce} = -98.141 \text{ MW}$$

est la puissance calorifique provenant de l'eau du générateur de vapeur car le générateur de vapeur est supposé être parfaitement adiabatique : la puissance cédée par le fluide collecteur est intégralement transmise à l'eau.

Le fluide collecteur étant supposé être incompressible, indilatable et à C_p constant, la relation (1) s'applique. Par ailleurs, la pression est supposée être constante à la traversée de l'échangeur, on obtient :

$$\dot{m}_c C_{p0} (T_6 - T_5) = \dot{Q}_{ce}$$

On a donc finalement :

$$\dot{m}_c = \frac{\dot{Q}_{ce}}{C_{p0} (T_6 - T_5)} = \frac{-98.141 \times 10^3}{2.62 \times (200 - 390)} = 197 \text{ kg/s}$$

Ce résultat peut également être obtenu en effectuant un bilan d'énergie sur l'ensemble du fluide contenu dans le générateur de vapeur (eau et fluide collecteur). Le générateur de vapeur étant parfaitement adiabatique (et moyennant toutes les autres hypothèses), le bilan d'énergie appliqué à ce système donne :

$$\dot{m}_e h_2 + \dot{m}_c h_5 = \dot{m}_e h_3 + \dot{m}_c h_6$$

soit

$$\dot{m}_c (h_6 - h_5) = \dot{m}_e (h_2 - h_3)$$

Or (cf. hypothèses au-dessus)

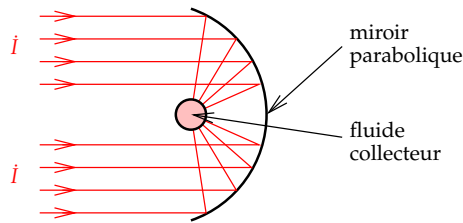
$$h_6 - h_5 = C_{p0} (T_6 - T_5)$$

et on obtient donc

$$\dot{m}_c = \frac{\dot{m}_e (h_2 - h_3)}{C_{p0} (T_6 - T_5)} = \frac{33.56 \times (193.7 - 3124)}{2.62 \times (200 - 390)} = 197 \text{ kg/s}$$

3.2 Surface de miroirs

La puissance solaire surfacique incidente maximale est $\dot{I} = 950 \text{ W/m}^2$. Cette puissance n'est pas intégralement transmise au fluide collecteur car les réflecteurs et absorbants ne sont pas parfaits et des pertes thermiques existent. Le rendement τ , c'est-à-dire le rapport entre la puissance incidente sur les miroirs et la puissance transmise au fluide collecteur, est de l'ordre de 70% (pour les installations performantes).



Déterminer la surface de miroir nécessaire pour faire fonctionner l'installation.

Correction

Soit S_m la surface de miroir recherchée. Par définition du rendement, la puissance calorifique totale reçue par le fluide est

$$\dot{Q}_e = \eta S_m \dot{I}$$

Or, le bilan d'énergie appliqué au circuit collecteur montre que la puissance calorifique reçue est intégralement cédée au générateur de vapeur :

$$\dot{Q}_e = -\dot{Q}_{ce}$$

On a donc

$$S_m = \frac{\dot{Q}_e}{\eta \dot{I}} = \frac{98.141 \times 10^6}{0.7 \times 950} = 147580 \text{ m}^2$$

soit près de 15 ha. Cette surface correspond à un ordre de grandeur de la surface au sol nécessaire.

3.3 Tronçons

Technologiquement, le circuit collecteur est constitué de plusieurs circuits « élémentaires » en parallèle, chaque circuit ayant une longueur de 50 m et une surface de miroir de 235 m^2 . Par ailleurs, la conduite dans laquelle circule le fluide collecteur a un diamètre interne de 7 cm.

Déterminer le nombre de tronçons et la vitesse du fluide dans chaque circuit élémentaire.

Correction

Le nombre de tronçons est donné par

$$N_{elem} = \frac{S_m}{S_{elem}} = \frac{147580}{235} = 628$$

Le débit de masse dans chaque circuit élémentaire est donné par

$$\dot{m}_{elem} = \frac{\dot{m}_c}{N_{elem}} = \frac{197}{628} = 0.314 \text{ kg/s}$$

Le débit de masse est donné par

$$\dot{m}_{elem} = \rho_c A V_c$$

avec

$$A = \pi \frac{D^2}{4}$$

d'où

$$V_c = \frac{\dot{m}_{elem}}{\pi \frac{D^2}{4} \rho_c} = \frac{0.314}{3.1416 \times \frac{0.07^2}{4} \times 696} = 0.117 \text{ m/s}$$

soit environ 12 cm/s.

4 Analyse de l'installation

4.1 Analyse énergétique

Déterminer le rendement énergétique de l'installation complète.

Correction

On peut définir le rendement énergétique de l'installation complète par

$$\eta_{en} = \frac{-\dot{W}'_t}{S_m \dot{I}} = \frac{30 \times 10^6}{147580 \times 950} = 21.4\%$$

Cela signifie que seulement environ 20% de l'énergie solaire incidente est effectivement récupérée en puissance mécanique.

La part d'énergie rendue à l'environnement sous forme de chaleur est

$$\frac{-\dot{Q}_c}{S_m \dot{I}} = \frac{68.516 \times 10^6}{147580 \times 950} = 48.9\%$$

Cela signifie que près de 50% de l'énergie solaire incidente est transformée en chaleur cédée à l'environnement au condenseur. Le complément, soit environ 30% est perdu directement à la source, c'est-à-dire au niveau du système de collecte de l'énergie solaire.

4.2 Analyse exergetique

4.2.1 Dissipation d'exergie à la pompe et à la turbine

En explicitant *toutes* les hypothèses faites, à partir des expressions générales des bilans, donner l'expression de la dissipation d'exergie à travers la pompe et la turbine.

Déterminer leurs valeurs.

Quelle est l'origine physique de cette dissipation ?

Correction

L'expression générale du bilan d'exergie appliqué à un système ouvert ne comprenant qu'une seule entrée et une seule sortie est la suivante (cf. relation (3.44) du cours) :

$$\frac{d}{dt} (\mathcal{U} + \mathcal{E}_p + \mathcal{E}_c - T_a \mathcal{S}) = \dot{m}_e ex_e - \dot{m}_s ex_s + \dot{W}' + \dot{Q} \left(1 - \frac{T_a}{T_{ech}} \right) - \dot{D}^*$$

L'écoulement étant supposé stationnaire, le membre de gauche de cette relation est nul et le bilan de masse appliqué au système implique que $\dot{m}_s = \dot{m}_e$. On a donc

$$\dot{D}^* = \dot{W}' + \dot{Q} \left(1 - \frac{T_a}{T_{ech}} \right) - \dot{m} (ex_s - ex_e)$$

La pompe et la turbine étant parfaitement calorifugées, la puissance calorifique fournie au fluide à travers ces composants est nulle : $\dot{Q} = 0$. L'expression ci-dessus devient donc

$$\dot{D}^* = \dot{W}' - \dot{m} (ex_s - ex_e)$$

Or, le bilan d'énergie appliqué au système donne

$$\dot{m} (h_s^t - h_e^t) = \dot{W}'$$

En outre, l'exergie est définie par

$$ex = h^t - T_a s$$

L'expression de la dissipation d'exergie devient donc

$$\boxed{\dot{D}^* = \dot{m} T_a (s_s - s_e)}$$

Cette expression peut se trouver plus rapidement en utilisant l'expression de la dissipation d'exergie à partir de la source irréversible d'entropie (cf. relation (3.45) du cours) :

$$\dot{D}^* = T_a \dot{\sigma}_S$$

Or, moyennant les hypothèses du dessus (écoulement stationnaire et composant parfaitement calorifugé), le bilan d'entropie appliqué au système s'écrit (cf. relation (3.31) du cours) :

$$\dot{m} (s_s - s_e) = \dot{\sigma}_S$$

On en déduit immédiatement :

$$\dot{D}^* = \dot{m} T_a (s_s - s_e)$$

La dissipation d'exergie à la pompe est donc

$$\dot{D}_p^* = \dot{m}_e T_a (s_2 - s_1) = 33.56 \times (20 + 273.15) \times (0.640 - 0.639) = 9.84 \text{ kW}$$

La dissipation d'exergie à la turbine est

$$\dot{D}_t^* = \dot{m}_e T_a (s_4 - s_3) = 33.56 \times (20 + 273.15) \times (7.057 - 6.600) = 4496 \text{ kW}$$

Dans la pompe et la turbine, la dissipation d'exergie est due aux irréversibilités internes. Ces irréversibilités proviennent des déséquilibres internes du fluide, principalement les frottements au sein du fluide et sur les parois du solide mais aussi les déséquilibres mécaniques et thermiques entre les phases liquide et vapeur qui ont lieu dans la turbine.

4.2.2 Dissipations d'exergie au générateur de vapeur et au condenseur

Déterminer la dissipation d'exergie au sein du générateur de vapeur à partir de bilans effectués sur le système constitué du fluide collecteur *et* du fluide secondaire présents dans le générateur de vapeur.

Déterminer la dissipation d'exergie au condenseur en considérant que la température d'échange est la température du milieu ambiant.

Quelle est l'origine physique de ces dissipations d'exergie.

Correction

En considérant comme système l'ensemble du fluide compris dans le générateur de vapeur, c'est-à-dire l'eau et le fluide collecteur, les échanges de puissances mécanique et calorifique avec l'extérieur sont nuls (le générateur de vapeur est supposé être parfaitement calorifugé et les échanges entre le fluide collecteur et l'eau sont des échanges internes au système). Le bilan d'entropie appliqué à ce système donne donc (l'écoulement étant stationnaire) :

$$(\dot{m}_e s_3 + \dot{m}_c s_6) - (\dot{m}_e s_2 + \dot{m}_c s_5) = \dot{\sigma}_S$$

La dissipation d'exergie est donc

$$\dot{D}_{GV}^* = T_a \dot{\sigma}_S = T_a [\dot{m}_e (s_3 - s_2) + \dot{m}_c (s_6 - s_5)]$$

avec

$$s_6 - s_5 = C p_0 \ln \left(\frac{T_6}{T_5} \right)$$

car le fluide collecteur est incompressible, indilatable et à C_p constant et la relation (2) s'applique donc. On a donc :

$$\begin{aligned} \dot{D}_{GV}^* &= T_a \left[\dot{m}_e (s_3 - s_2) + \dot{m}_c C p_0 \ln \left(\frac{T_6}{T_5} \right) \right] \\ \dot{D}_{GV}^* &= (20 + 273.15) \times \left[33.56 \times (6.600 - 0.640) + 197 \times 2.62 \times \ln \left(\frac{200 + 273.15}{390 + 273.15} \right) \right] = 7556 \text{ kW} \end{aligned}$$

Au condenseur, le bilan d'entropie donne

$$\dot{m}_e (s_1 - s_4) = \frac{\dot{Q}_c}{T_{ech}} + \dot{\sigma}_S$$

avec $T_{ech} = T_a$; soit

$$\begin{aligned} \dot{D}_{cond}^* &= T_a \dot{\sigma}_S = T_a \dot{m}_e (s_1 - s_4) - \dot{Q}_c \\ \dot{D}_{cond}^* &= (20 + 273.15) \times 33.56 \times (0.639 - 7.057) + 68516 = 5375 \text{ kW} \end{aligned}$$

Aux échangeurs (générateur de vapeur et condenseur), la principale source de dissipation exergétique est due aux différences de température non nulles entre les fluides chaud et froid pour que l'échange de puissance calorifique entre les deux fluides ait lieu de manière spontanée (et de manière suffisamment efficace).

Dans le cas du générateur de vapeur, la dissipation d'exergie est une source interne d'irréversibilité puisque l'on a considéré comme système les deux fluides. Dans le cas du condenseur, la dissipation d'exergie est une source externe d'irréversibilité, la différence de température ayant lieu entre le fluide constituant le système et l'extérieur.

Les dissipations exergetiques sont récapitulées dans le tableau ci-dessous.

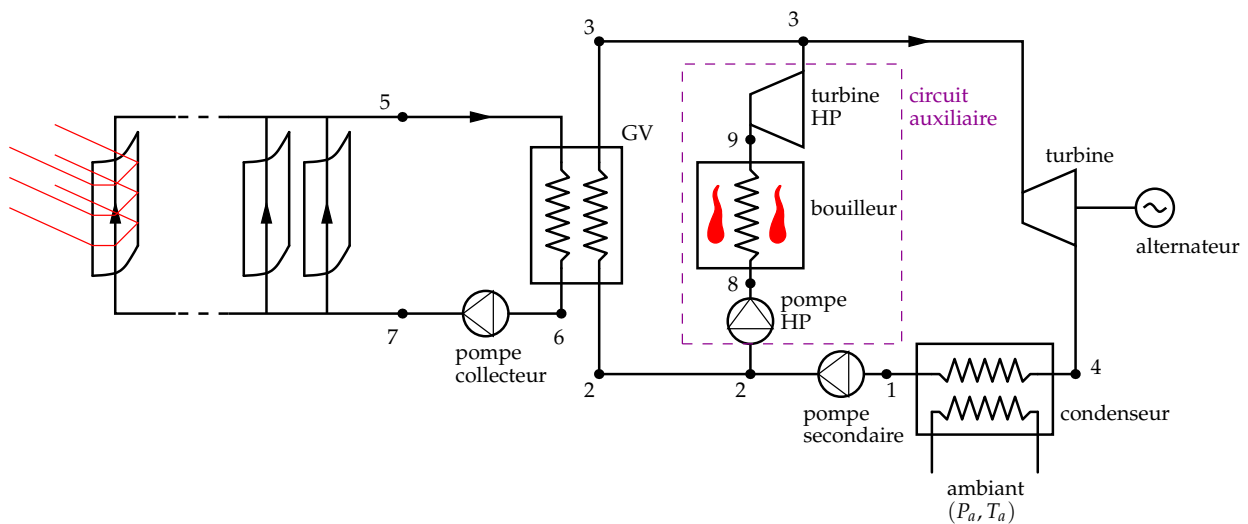
Composant	\dot{D}^* (MW)
Pompe	0.010
Générateur de vapeur	7.556
Turbine	4.496
Condenseur	5.375

Ce tableau montre que la principale source de la dissipation d'exergie totale provient du générateur de vapeur. C'est donc en priorité sur ce composant que l'on devrait chercher à concentrer les sources d'optimisation du système.

4.3 Cycle réel

Dans l'analyse qui précède, la source d'énergie est exclusivement solaire. Cependant, l'ensoleillement varie au cours d'une journée et d'un jour à l'autre. Pour éviter que la puissance délivrée par la turbine à l'alternateur varie trop dans le temps du fait de ces fluctuations d'ensoleillement, il est nécessaire de disposer d'un système auxiliaire d'apport d'énergie « conventionnel », cet apport d'énergie étant généralement assuré par la combustion d'hydrocarbures (donc émetteur de gaz à effet de serre). Un tel système auxiliaire est schématisé sur la figure ci-dessous et est constitué d'une pompe haute pression, d'un bouilleur (où l'apport d'énergie au fluide est assuré par la combustion d'hydrocarbures) et d'une turbine haute pression. En fonction de la puissance solaire effectivement fournie par le circuit collecteur, plus ou moins de fluide secondaire est envoyé dans le circuit auxiliaire.

On cherche à dimensionner ce circuit auxiliaire en supposant que l'intégralité du débit d'eau secondaire passe dans ce circuit auxiliaire ; le générateur de vapeur est alors complètement court-circuité : l'intégralité du débit de masse de l'eau passe dans le circuit auxiliaire et aucun débit ne passe à travers le générateur de vapeur. Pour que la turbine délivre la même puissance à l'alternateur, les états 1, 2, 3 et 4 sont inchangés.



La pression dans le bouilleur, à travers lequel l'eau est supposée être isobare, est de 8588 kPa.

4.3.1 Pompe du circuit collecteur

Quelle grandeur thermodynamique varie dans le circuit collecteur qui explique la nécessité de mettre une pompe au circuit collecteur ?

Quelle est l'origine physique de cette variation ?

Correction

Dans le circuit collecteur réel, la pression diminue au fur et à mesure de son écoulement dans la canalisation. La pompe est nécessaire pour remonter le niveau de pression du fluide afin qu'un écoulement stationnaire soit possible.

Cette variation de pression, que l'on appelle communément perte de charge, est due aux irréversibilités internes de l'écoulement dans les canalisations ; les frottements locaux du fluide constituent la source principale des irréversibilités internes de l'écoulement et donc des pertes de charge.

4.3.2 Dimensionnement préliminaire du circuit auxiliaire

Pour obtenir un ordre de grandeur du dimensionnement du circuit auxiliaire, on suppose dans une première approche que toutes les compressions et détente sont réversibles en plus d'être adiabatiques.

Déterminer les états du fluide aux points 8 et 9 du circuit.

En déduire les puissances mécaniques de la pompe haute pression (« HP ») et de la turbine haute pression et la puissance calorifique du bouilleur.

Correction

La compression à travers la pompe haute pression est supposée être adiabatique réversible ; elle est donc isentropique. On a donc

$$s_8^{is} = s_2 = 0.640 \text{ kJ}/(\text{kg.K})$$

Cette entropie est inférieure à l'entropie du liquide à saturation à la pression P_8 ($0.640 < 3.208$, cf. table thermodynamique) et le fluide est donc du liquide sous-refroidi : $x_8^{is} = 0$.

L'entropie ne dépendant que de la température (cf. relation (2)), on a

$$T_8^{is} = T_2 = 45.1 \text{ °C}$$

L'enthalpie est donnée par la relation (1) :

$$h_8^{is} = h_2 + v_0 (P_8 - P_2)$$

soit

$$h_8^{is} = 193.7 + \frac{8588 - 4320}{890} = 198.5 \text{ kJ/kg}$$

T_8^{is} (°C)	P_8 (kPa)	h_8^{is} (kJ/kg)	s_8^{is} (kJ/(kg.K))	x_8^{is}
45.1	8588	198.5	0.640	0

La détente à travers la turbine à haute pression étant supposée être adiabatique réversible, elle est isentropique et on a donc

$$s_9^{is} = s_3 = 6.600 \text{ kJ}/(\text{kg.K})$$

Cette entropie est supérieure à l'entropie de la vapeur à saturation à la pression P_9 ($6.600 > 5.706$, cf. table thermodynamique) et le fluide est donc de la vapeur surchauffée : $x_9^{is} = 1$.

La température et l'enthalpie correspondantes se déduisent de la table thermodynamique de la vapeur d'eau à 8588 kPa :

$$T_9^{is} = 470 + \frac{480 - 470}{6.620 - 6.586} \times (6.600 - 6.586) = 474 \text{ °C}$$

$$h_9^{is} = 3316 + \frac{3342 - 3316}{6.620 - 6.586} \times (6.600 - 6.586) = 3327 \text{ kJ/kg}$$

T_9^{is} (°C)	P_9 (kPa)	h_9^{is} (kJ/kg)	s_9^{is} (kJ/(kg.K))	x_9^{is}
474	8588	3327	6.600	1

L'application du bilan d'énergie au fluide dans la pompe haute pression donne

$$\dot{W}'_{cHP} = \dot{m}_e (h_8^{is} - h_2) = 33.56 \times (198.5 - 193.7) = 161 \text{ kW}$$

Ce résultat peut également être trouvé par

$$\dot{W}'_{cHP} = \dot{m}_e v_0 (P_8 - P_2) = 33.56 \times \frac{8588 - 4320}{890} = 161 \text{ kW}$$

L'application du bilan d'énergie au bouilleur donne

$$\dot{Q}_b^{is} = \dot{m}_e (h_9^{is} - h_8^{is}) = 33.56 \times (3327 - 198.5) = 104992 \text{ kW}$$

L'application du bilan d'énergie à la turbine donne

$$\dot{W}'_{tHP}^{is} = \dot{m}_e (h_3 - h_9^{is}) = 33.56 \times (3124 - 3327) = -6813 \text{ kW}$$

4.3.3 Dimensionnement plus réaliste du circuit auxiliaire

Les rendements isentropiques de la pompe haute pression et de la turbine haute pression sont respectivement égaux à 0.9 et 0.94.

En déduire les valeurs des puissances réelles.

Correction

On a

$$\eta_{cHP} = \frac{\dot{W}'_{cHP}^{is}}{\dot{W}'_{cHP}}$$

soit

$$\dot{W}'_{cHP} = \frac{\dot{W}'_{cHP}^{is}}{\eta_{cHP}} = \frac{161}{0.9} = 179 \text{ kW}$$

On a

$$\eta_{tHP} = \frac{\dot{W}'_{tHP}}{\dot{W}'_{tHP}^{is}}$$

soit

$$\dot{W}'_{tHP} = \eta_{tHP} \dot{W}'_{tHP}^{is} = -6813 \times 0.94 = -6404$$

Le bilan d'énergie appliqué au fluide compris entre l'entrée de la pompe haute pression et la sortie de la turbine haute pression donne

$$\dot{m}_e (h_3 - h_2) = \dot{W}'_{cHP} + \dot{Q}_b + \dot{W}'_{tHP}$$

soit

$$\dot{Q}_b = \dot{m}_e (h_3 - h_2) - \dot{W}'_{tHP} - \dot{W}'_{cHP} = 33.56 \times (3124 - 193.7) + 6404 - 179 = 104566 \text{ kW}$$

Composant	\dot{D}^* (MW)
Pompe HP	0.179
Bouilleur	104.566
Turbine HP	-6.404

En déduire le rendement du circuit secondaire lorsque seul le circuit auxiliaire est utilisé.

Pourquoi ce rendement est-il supérieur au rendement du circuit direct ?

Correction

Le rendement énergétique du circuit secondaire fonctionnant uniquement avec le circuit auxiliaire peut se définir de la manière suivante :

$$\eta_{en}^{aux} = \frac{-\dot{W}'_{tHP} - \dot{W}'_t}{\dot{Q}_b + \dot{W}'_c + \dot{W}'_{cHP}} = \frac{6.404 + 30}{104.566 + 0.177 + 0.179} = 34.7\%$$

On peut aussi définir ce rendement par

$$\eta_{en2}^{aux} = \frac{-\dot{W}'_{tHP} - \dot{W}'_t - \dot{W}'_c - \dot{W}'_{cHP}}{\dot{Q}_b} = \frac{6.404 + 30 - 0.177 - 0.179}{104.566} = 34.5\%$$

La différence de ces deux rendements est très faible du fait des faibles puissances de compression.

On remarque que le rendement est supérieur au rendement de l'installation fonctionnant avec l'énergie solaire. Cela est dû au fait que la température maximale de la vapeur d'eau en sortie d'évaporateur n'est pas limitée par la température maximale d'utilisation du fluide collecteur. La température à laquelle s'effectue l'échange de chaleur avec la source chaude étant plus élevée, on s'attend à ce que le rendement du cycle soit plus grand, ce qui est effectivement ce qui est observé sur cette installation.

4.4 Limite technique

Pourquoi, dans le circuit secondaire fonctionnant sans circuit auxiliaire, la température de l'eau en sortie du générateur de vapeur est-elle limitée ?

Quelle en est la conséquence sur l'efficacité de l'installation ?

Correction

Le fluide collecteur est un fluide que le fabricant conseille de ne pas utiliser à une température supérieure à 400°C. Cela signifie que la température de la vapeur d'eau à la sortie du générateur de vapeur est forcément limitée à au plus 400°C.

Pour le circuit secondaire, le fluide collecteur constitue la source chaude. Or, plus l'échange de chaleur à la source chaude s'effectue à une température élevée, meilleur est le rendement du cycle. Le rendement du cycle secondaire et donc de l'installation dans son ensemble est donc limité par la température limite d'utilisation du fluide collecteur.